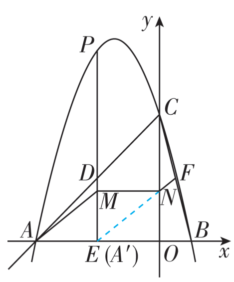
$\because \tan\angle CBA=\dfrac{OC}{OB}=4$，$\therefore OB=1$，即点 $B(1,0)$.

由题意得$\begin{cases}a-b+4=6,\\a+b+4=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-1,\\b=-3,\end{cases}$

则抛物线的解析式为 $y=-x^2-3x+4$.

(2)当 $y=0$ 时，$-x^2-3x+4=0$，解得 $x_1=1$，$x_2=-4$，$\therefore A(-4,0)$. $\because B(1,0)$，$C(0,4)$，F 是 BC 的中点，$\therefore F\left(\dfrac{1}{2},2\right)$. 由点 A,C 的坐标易得直线 AC 的解析式为 $y=x+4$. 设点 $P(x,-x^2-3x+4)$，则点 $D(x,x+4)$，则 $PD=-x^2-3x+4-x-4=-x^2-4x=-(x+2)^2+4$，$\therefore$ 当 $x=-2$ 时，PD 取得最大值，此时点 $E(-2,0)$，$D(-2,2)$，$\therefore MN=2$.

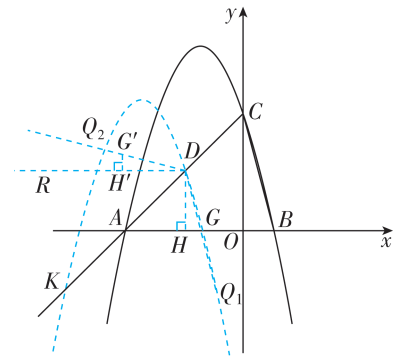
将点 A 向右平移 2 个单位得到点 $A'(-2,0)$，连接 $A'F$ 交 y 轴于点 N，过点 N 作 $NM\perp PE$ 于 M，连接 AM，如图(1)，则四边形 $MNA'A$ 为平行四边形，则 $AM=A'N$，则此时 $AM+MN+NF=A'N+MN+NF=2+A'F=2+\sqrt{\left(2+\dfrac{1}{2}\right)^2+2^2}=2+\dfrac{\sqrt{41}}{2}$，即 $AM+MN+NF$ 的最小值为 $2+\dfrac{\sqrt{41}}{2}$.



图(1)

(3)符合条件的点 Q 的坐标为 $(-1,-2)$ 或 $\left(-\dfrac{19}{4},\dfrac{43}{16}\right)$.

由(2)得线段 PD 长度取得最大值时 D 的坐标为 $(-2,2)$，$\therefore$ 新抛物线由 $y=-x^2-3x+4$ 向左平移 2 个单位，向下平移 2 个单位得到，$\therefore y'=-(x+2)^2-3(x+2)+4-2=-x^2-7x-8$. 如图(2)，过点 D 作 $DQ_1/\!/BC$ 交抛物线 y' 于点 Q_1，$\therefore \angle Q_1DK=\angle BCA$. 由点 B,C 的坐标易得直线 BC 的解析式为 $y=-4x+4$. $\because DQ_1/\!/BC$，$\therefore$ 直线 DQ_1 的解析式为 $y=-4x-6$，联立得 $-4x-6=-x^2-7x-8$，解得 $x_1=-1$，$x_2=-2$. 当 $x=-1$ 时，$y=-2$，$\therefore Q_1(-1,-2)$. 作 DQ_1 关于直线 AC 的对称线 DQ_2 交抛物线 y' 于点 Q_2，$\therefore \angle Q_2DK=\angle Q_1DK=\angle BCA$. 设 DQ_1 交 x 轴于点 G，点 G' 是点 G 关于直线 AC 的对称点，则 $DG=DG'$. 过点 D 作 $DR/\!/x$ 轴，作 $DH\perp x$ 轴于点 H，作 $G'H'\perp DR$ 于点 H'.



图(2)

当 $y=0$ 时，$0=-4x-6$，解得 $x=-\dfrac{3}{2}$，$\therefore G\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$.

$\because A(-4,0)$，$C(0,4)$，$\therefore OA=OC$，$\therefore \angle OAC=\angle OCA=45°$.

$\because DR/\!/x$ 轴，$\therefore \angle RDA=\angle DAH=\angle ADH=45°$，

$\therefore \angle G'DH'=\angle GDH$.

$\because \angle G'H'D=\angle GHD=90°$，$DG'=DG$，$\therefore \triangle G'DH'\cong\triangle GDH$，

$\therefore G'H'=GH=2-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}$，$DH'=DH=2$，$\therefore G'\left(-4,\dfrac{5}{2}\right)$.

由点 D,G' 的坐标易得直线 DQ_2 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2}$，联立得 $-x^2-7x-8=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2}$，解得 $x=-2$ 或 $x=-\dfrac{19}{4}$.

当 $x=-\dfrac{19}{4}$ 时，$y=-\dfrac{1}{4}\times\left(-\dfrac{19}{4}\right)+\dfrac{3}{2}=\dfrac{43}{16}$，$\therefore Q_2\left(-\dfrac{19}{4},\dfrac{43}{16}\right)$.

综上，符合条件的点 Q 的坐标为 $(-1,-2)$ 或 $\left(-\dfrac{19}{4},\dfrac{43}{16}\right)$.

刷有所得

数形结合思想

利用数形结合思想把代数和几何图形结合起来，利用点的坐标的意义表示线段的长度，从而求出线段之间的关系，解决相关问题.

第三部分　中考新趋势

刷 趋势

1. A　【解析】依题意有$\begin{cases}x+y=100,\\300x+\dfrac{500}{7}y=10\ 000,\end{cases}$故选 A.

2. $\dfrac{1}{3}$　【解析】从这三种方式中随机选出一种制作窗格，选中“步步锦”的概率是$\dfrac{1}{3}$，故答案为$\dfrac{1}{3}$.

3. 1 919　3 782　【解析】$\because$ 四位数 $M=\overline{abcd}$ 是最小的“十全

数”，∴ $a=1,c=1$，∴ $b=10-1=9,d=10-1=9$，∴ 最小的“十全数”是 1 919. ∵“十全数” $M=\overline{abcd}$，∴ $a+b=c+d=10$，∴ $b=10-a,d=10-c$，∴ $M=\overline{abcd}=1\ 000a+100(10-a)+10c+10-c=900a+9c+1\ 010$，$\frac{\overline{ab}+\overline{cd}}{17}=\frac{10a+10-a+10c+10-c}{17}=\frac{9a+9c+20}{17}=a+c+1-\frac{8a+8c-3}{17}$，$M'=\overline{dcba}=1\ 000(10-c)+100c+10(10-a)+a=-9a-900c+10\ 100$，∴ $F(M)=\frac{M-M'}{909}=\frac{900a+9c+1\ 010-(-9a-900c+10\ 100)}{909}=a+c-10$，$G(M)=\frac{M+M'}{11}=\frac{900a+9c+1\ 010+(-9a-900c+10\ 100)}{11}=81a-81c+1\ 010$，∴ $\frac{4F(M)+G(M)+15}{13}=\frac{4(a+c-10)+81a-81c+1\ 010+15}{13}=\frac{85a-77c+985}{13}=6a-6c+76+\frac{7a+c-3}{13}$. ∵ $\frac{4F(M)+G(M)+15}{13}$与$\frac{\overline{ab}+\overline{cd}}{17}$均是整数，∴ $\frac{7a+c-3}{13}$与$\frac{8a+8c-3}{17}$均是整数，∴ $7a+c-3$ 能被 13 整除，$8a+8c-3$ 能被 17 整除. ∵ $1\leqslant a\leqslant 9,1\leqslant c\leqslant 9$，∴ $7\leqslant 7a\leqslant 63,-2\leqslant c-3\leqslant 6$，∴ $5\leqslant 7a+c-3\leqslant 69$，∴ $7a+c-3$ 的值可以为 13，26，39，52，65，∴ 依次代入可得，当 $a=3,c=8$ 时，$\frac{7a+c-3}{13}=2$，$\frac{8a+8c-3}{17}=5$ 均是整数，符合题意，∴ $b=10-a=7,d=10-c=2$，∴ 满足条件的 M 的值是 3 782. 故答案为 1 919，3 782.

4. C 【解析】根据轴对称图形的定义可知，C 选项的图案中能找到这样一条直线，使其沿这条直线折叠后直线两旁的部分能够完全重合. 通过观察可知，A，B，D 选项的图案都不具备这个特点，故选 C.

5. C 【解析】分析所给数据：

水的质量 x/g	4.5	9	18	36	45
氢气的质量 y/g	0.5	1	2	4	5
$\frac{y}{x}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

由上表可知$\frac{y}{x}=\frac{1}{9}$，∴ $y=\frac{1}{9}x$. 故选 C.

6. $\frac{1}{3}$　【解析】从四件物品中任选两件共有 6 种组合：(10 g，20 g)，(10 g，30 g)，(10 g，40 g)，(20 g，30 g)，(20 g，40 g)，(30 g，40 g)，其中符合平衡条件的共有 2 种：(10 g，40 g)，(20 g，30 g)，∴ 天平恢复平衡的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

7. (1)2　(2)11　【解析】(1) ∵ $15\div 3=5$，∴ 进行一次变换得到的数为$\frac{15}{3}=5$；∵ $5\div 3=1\cdots\cdots 2$，∴ 进行二次变换得到的数为 $5+1=6$；∵ $6\div 3=2$，∴ 进行三次变换得到的数为$\frac{6}{3}=2$.

(2) 设对正整数 n 进行一次变换得到的数为 a，a 为正整数. 已知对正整数 n 进行二次变换得到的数为 1，若余数为 0，则 $1=\frac{a}{3}$，∴ $a=3$；若余数为 1，则 $1=2a$，∴ $a=\frac{1}{2}$(舍去)；若余数为 2，则 $1=a+1$，∴ $a=0$(舍去)，故对正整数 n 进行一次变换得到的数是 3，若余数为 0，则 $3=\frac{n}{3}$，∴ $n=9$；若余数为 1，则 $3=2n$，∴ $n=\frac{3}{2}$(舍去)；若余数为 2，则 $3=n+1$，∴ $n=2$，故所有满足条件的 n 的值之和为 $2+9=11$.

关键点拨

(2) 本题重在理解题意后进行分类讨论和逆推，解题思路如下：

$$1\Rightarrow a=\begin{cases}3,\Rightarrow n=\begin{cases}9,\\ \frac{3}{2}(\text{舍去}),\\ 2\end{cases}\Rightarrow 9+2=11\\ \frac{1}{2}(\text{舍去}),\\ 0(\text{舍去})\end{cases}$$

8.【解】(1) ∵ 太阳光线是平行光线，∴ $\angle EFD=\angle ADC$.

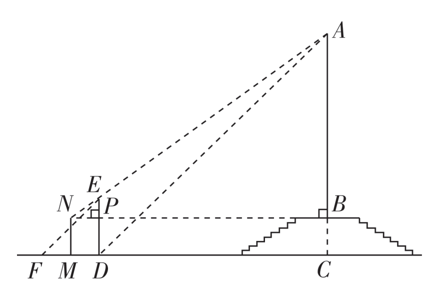
又∵ $\angle EDF=\angle ACD=90^\circ$，∴ $\triangle EFD\backsim\triangle ADC$，∴ $\frac{DF}{CD}=\frac{DE}{CA}$.

∵ $DF=DE$，∴ $CD=CA$.

(2) 设 NB 与 DE 的交点为 P，如图.

由题意得 $PN=DM=1$，$DP=BC=MN=1.2$，$BN=CM$，∴ $PE=DE-DP=2.1-1.2=0.9$.

设 $AB=x$，则 $CD=CA=AB+BC=x+1.2$，∴ $BN=CM=CD+DM=x+1.2+1=x+2.2$.



在 $\mathrm{Rt}\triangle PNE$ 中，$\tan\angle PNE=\frac{PE}{PN}=\frac{0.9}{1}=0.9$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BNA$ 中，$\tan\angle BNA=\frac{AB}{BN}=0.9$，∴ $AB=0.9BN$，

∴ $x=0.9(x+2.2)$，解得 $x=19.8$.

答：纪念碑 AB 的高度为 19.8 m.

(3) 小红的结果误差较大，原因可能是平台底部点 C 不可直接到达，间接测量时产生了较大的误差(原因合理即可).

第一部分　考点过关
第二部分　题型突破
第三部分　中考新趋势
狂K重点